3.2.4 Jednočleny

Předpoklady: 030203

Pedagogická poznámka: Následující hodiny až do konce kapitoly se zabývají úpravami výrazů. Ačkoliv při druhém průchodu proběhly hodiny v průměru lépe, než jsem čekal a došlo k několika i pro mě velmi zajímavým diskusím, je třeba upozornit, že ke zdárnému průběhu je zcela zásadní, aby nikdo z žáků nevypadl a nezůstal se zásadním nedostatkem. K tomuto hlídání slouží jak procvičovací příklady na doma na koncích hodin, tak úvodní opakovací příklady na začátcích. Objevené problémy je třeba řešit.
Podobně je v hodině u každého nového postupu nutné rychle obejít třídu a ihned řešit objevené problémy. Jedním z největších průšvihů je situace, kdy některý z žáků rychle spočítá špatně spoustu příkladů, protože špatně pochopil (nebo nedával pozor), co se probírá.
Hodiny jsou připraveny jako monotématické, což je problém z hlediska soustředění žáků (ale někdy by si asi zvykat měli).

Př. 1: Vypočti výraz $4\cdot\left\{2-3\left[2-(-2-4+5)\cdot\sqrt{25-4^2}-(-2)^4\right]-(-3)\cdot 4\right\}$.

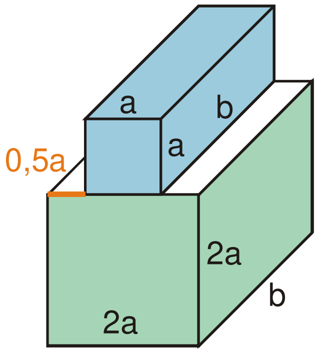
$4\cdot\left\{2-3\left[2-(-2-4+5)\cdot\sqrt{25-4^2}-(-2)^4\right]-(-3)\cdot 4\right\}=$
$4\cdot\left\{2-3\left[2-(-1)\cdot\sqrt{9}-16\right]+12\right\}=$
$4\cdot\left\{2-3\left[2-(-1)\cdot 3-16\right]+12\right\}=$
$4\cdot\left\{2-3\left[-11\right]+12\right\}=4\cdot\left\{2+33+12\right\}=4\cdot 47=188$

Pedagogická poznámka: Oprava probíhá stejně jako v minulé hodině – ve škole spočteme příklad na tabuli, každý, kdo neměl správný výsledek, si pak musí nejpozději do počátku příští hodiny najít ve svém postupu chybu a příklad znovu (správně) spočítat.

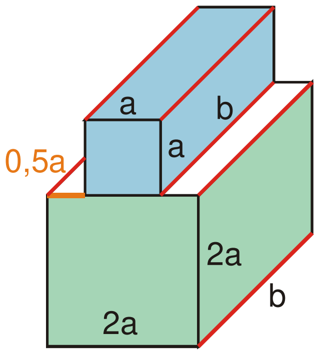
Dodatek: Kontrola 4*(2-3*(2-(-2-4+5)*sqrt(25-4^2)-(-2)^4)-(-3)*4).

Př. 2: Najdi na obrázku geometrický význam výrazů.
a) b b) a^2 c) $a\cdot b$ d) $a^2\cdot b$

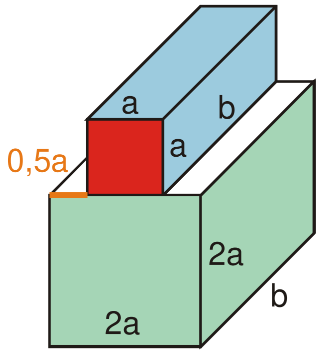
e) $4 \cdot a$ f) $0{,}5a \cdot b$ g) $4a^2b$ h) $2ab$



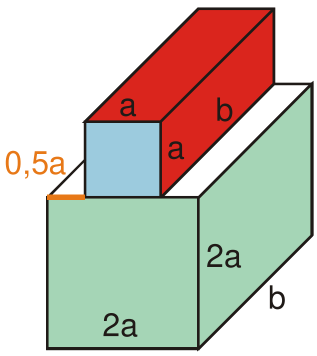
a) b: společný rozměr modrého a zeleného kvádru.



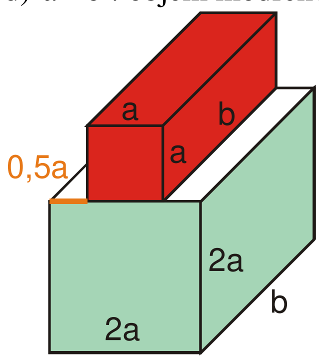
b) a^2 : obsah přední (a zadní) stěny modrého kvádru.



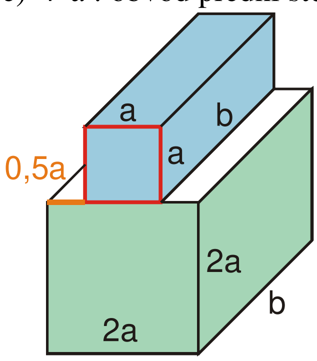
c) $a \cdot b$: obsah bočních stěn a podstav modrého kvádru.



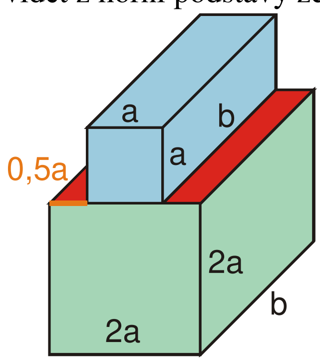
d) $a^2 \cdot b$: objem modrého kvádru.



e) $4 \cdot a$: obvod přední stěny modrého kvádru.

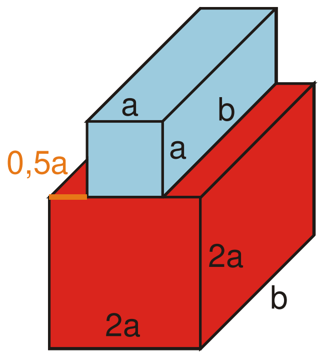


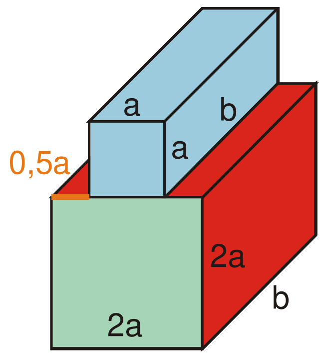
f) $0{,}5a \cdot b$: obsah bílých obdélníků, které jsou vidět z horní podstavy zeleného kvádru.



g) $4a^2b$: objem zeleného kvádru.

h) $2ab$: obsah bočních stěn a podstav zeleného kvádru.





Pedagogická poznámka: Až do následujícího příkladu probíhala práce s písmenky (asi i kvůli tomu, že šlo již o opakování) velmi hladce (lépe, než jsem očekával). Jakmile jsme se však odtrhli od popisu konkrétních situací, postup se strašně zpomalil a původně plánované dvě hodiny se natáhly na přepracovaných (a zatím nezkoušených) pět. Doporučuji velkou obezřetnost, jde o jedno z míst, kde může vznikat základní nepochopení.

Př. 3: Výrazy v jednotlivých bodech předchozího příkladu se v matematice označují jako jednočleny. Jinými příklady jednočlenů (těmi nejjednoduššími) jsou například výrazy 2; $\sqrt{5}$ nebo $\frac{3}{4}$. Jak poznáme jednočleny od ostatních výrazů?

Jednočleny obsahují jenom čísla (jakákoliv - zlomky i odmocniny), proměnné, mocniny proměnných. Uvedené části jednočlenu můžeme mezi sebou násobit.

Protože mocnina je jen zjednodušeným zápisem součinu, definuje se jednočlen následovně.

Jednočlen je výraz, který se dá napsat jako:

- **číslo,**
- **proměnná,**
- **součin čísel a proměnných.**

Číslo, které se vyskytuje v jednočlenu, označujeme jako **koeficient**.

Př. 4: Urči koeficienty u následujících jednočlenů.

a) $4 \cdot a$ b) $0,5a \cdot b$ c) $\frac{3}{4}xy^2$ d) $2 \cdot x \cdot \frac{1}{3} \cdot y$ e) $a \cdot b$

a) $4 \cdot a$: koeficientem jednočlenu je číslo 4.

b) $0,5a \cdot b$: koeficientem jednočlenu je číslo 0,5.

c) $\frac{3}{4}xy^2$: koeficientem jednočlenu je číslo $\frac{3}{4}$.

d) $2 \cdot x \cdot \frac{1}{3} \cdot y = \frac{2}{3} \cdot x \cdot y$: koeficientem jednočlenu je číslo $\frac{2}{3}$.

e) $a \cdot b = 1 \cdot a \cdot b$: koeficientem jednočlenu je číslo 1.

Pedagogická poznámka: Bod e) přijímají žáci jen s největší nevolí, je třeba jim odsouhlasit, že jednička může být takto všude (například i v $4a = 4 \cdot 1 \cdot a$), ale že to nevadí, protože $4 = 4 \cdot 1$.

Př. 5: Které z následujících výrazů patří mezi jednočleny? U jednočlenů vypiš jejich koeficienty.

a) $\sqrt{3}$ b) x^3 c) $\frac{a^2}{2}$ d) $\frac{7}{x}$ e) $-\frac{d}{2 \cdot \sqrt{5}}$ f) $4 \cdot x^{-2}$

a) $\sqrt{3}$: jednočlen, koeficient $\sqrt{3}$ b) x^3: jednočlen, koeficient 1

c) $\frac{a^2}{2}$: jednočlen, koeficient $\frac{1}{2}$

d) $\frac{7}{x}$: nejde o jednočlen, proměnnou nenásobíme, ale dělíme

e) $-\frac{d}{2 \cdot \sqrt{5}} = -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}} \cdot d$: jde o jednočlen, koeficient $-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{5}}$

f) $4 \cdot x^{-2} = \frac{4}{x^2}$: nejde o jednočlen, dělíme proměnnou.

Př. 6: Najdi informace o dani z nemovitostí a sestav vzorec pro daň vlastníka *a* hektarů orné půdy a *b* hektarů rybníků v okolí Třeboně.

(stav k roku 2014)
Výšku daně z nemovitosti určíme u pozemku tak, že vynásobíme:

- cenu pozemku stanovenou vyhláškou (katastrální území Třeboň 3,07 $\text{Kč}/\text{m}^2$),
- sazbu daně (orná půda 0,75 %, rybník 0,25%),
- centrálně stanovený základní koeficient podle velikosti obce (Třeboň 1,6),
- místní koeficient stanovený místním zastupitelstvem (Třeboň 1,6).

Při dosazení do vzorečku musíme rozlohu převést z hektarů na m^2 (vynásobit 10 000).
Daň orná půda: $a \cdot 10\,000 \cdot 3{,}07 \cdot 0{,}0075 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}6 = a \cdot 589{,}44$.
Daň rybník: $b \cdot 10\,000 \cdot 3{,}07 \cdot 0{,}0025 \cdot 1{,}6 \cdot 1{,}6 = b \cdot 196{,}48$.

Daň z nemovitostí *a* hektarů orné půdy v Třeboni vypočteme z výrazu $a \cdot 589{,}44$, z *b* hektarů rybníků z výrazu $b \cdot 196{,}48$.

Shrnutí: Výrazy sestavené z čísel a proměnných pomocí násobení nazýváme jednočleny.